Résoudre un problème

Nous allons essayer de vous proposer une méthode de résolution de problèmes pour ne plus dire " je comprends le cours mais je ne sais pas l'appliquer ! ", parce qu'en fait, on a vraiment compris un concept physique lorsqu'on sait le reconnaître dans différentes situations pratiques. En réalité, ce n'est pas réellement une méthode, mais plutôt un certain nombre d'étapes stratégiques par lesquelles passe toute technique (si cela existe) de résolution d'un problème.

Nous allons décomposer la résolution d'un problème en cinq étapes. L'idée (lumineuse !) est de retenir l'acronyme LAMPES, pour Lire (l'énoncé), Analyser (toujours l'énoncé), Modéliser, Poser (et résoudre) les équations, Evaluer (le résultat). Nous appliquerons le plus souvent possible cette façon de faire en travaux dirigés et nous vous encourageons à le faire lorsque vous devrez résoudre un problème tout seul. Notez bien que la stratégie de résolution d'un problème que nous vous indiquons ici n'est pas seulement valable que pour la physique...

1. " Que la lumière soit..." Stratégie LAMPES pour résoudre un problème de physique :

<u>LISEZ l'énoncé</u> : il est indispensable de lire l'énoncé en entier de façon approfondie avant de commencer à écrire, ne serait-ce que pour évaluer les questions auxquelles on sait déjà répondre et repérer d'éventuels indices de la solution dans les questions.

ANALYSEZ l'énoncé : d'abord, trouver à quelle partie du cours se rapporte le problème et quels sont les concepts physiques cachés derrière l'énoncé (par exemple, vitesse/accélération, principe fondamental de la dynamique, conservation de l'énergie, ...). Ensuite, dire quelles sont les inconnues du problème, ce qu'on vous demande de trouver. Cela peut être une ou plusieurs valeurs numériques ou une expression littérale.

MODELISEZ : en gros, il vous faudra faire un schéma représentant la situation physique décrite dans l'énoncé. Si un schéma vous est déjà proposé, refaites-le et éventuellement complétez-le. Après ça, vous devez en principe déjà avoir une petite idée de la solution...

POSEZ les équations : c'est la partie technique à proprement parler, c'est là que les maths interviennent. Les équations devront être basées sur les concepts que vous aurez déterminés dans la partie " Analyser ".

EVALUEZ votre résultat : Développez les calculs et ne perdez pas de vue les inconnues. Trouvez la solution de vos équations.

SOUMETTEZ votre résultat à la critique : Le but d'un problème n'est pas juste d'obtenir une valeur numérique ou une expression, il faut être capable de comprendre ce qu'elle signifie. Demandez vous d'abord si la solution trouvée a un sens (si vous cherchez le rayon de la Terre et que vous trouvez 6,3 cm ou une solution négative, si vous calculez la vitesse d'un train et que vous trouvez 36 m/s, qu'en pensez-vous ?). En cas d'erreur, si vous n'avez pas le temps de reprendre votre calcul, écrivez au moins que vous pensez vous être trompé en précisant pourquoi, par exemple je trouve un résultat trop petit/trop grand par rapport à ce à quoi je m'attendais, soyez sûr que le correcteur appréciera votre sens critique. Vérifiez vos unités, vérifiez les dimensions d'une formule. Si vous trouvez votre résultat satisfaisant, essayez de comprendre ce qu'il signifie. Par exemple, le résultat du calcul de la période d'un pendule simple est T= 2 √ l/g. Cela signifie que la période d'un pendule simple est indépendante de la masse du pendule, elle est d'autant plus grande que le pendule est long, et sur la lune le même pendule oscillerait plus lentement...

Les exercices suivants sont tirés d'énoncés de partiels ou d'examens réellement posés en mécanique du point.

2. Exercice résolu / exemple :

Enoncé : Lancement d'un projectile 1 (2000)
La Terre est supposée isolée et fixe dans un référentiel galiléen. On négligera la rotation de la Terre autour de son axe. Louis lance un objet (assimilable à un point matériel de masse m) vers le haut, selon la verticale de son point de tir, avec une vitesse initiale v_0 = 150 km/h. On néglige les frottements avec l'air.

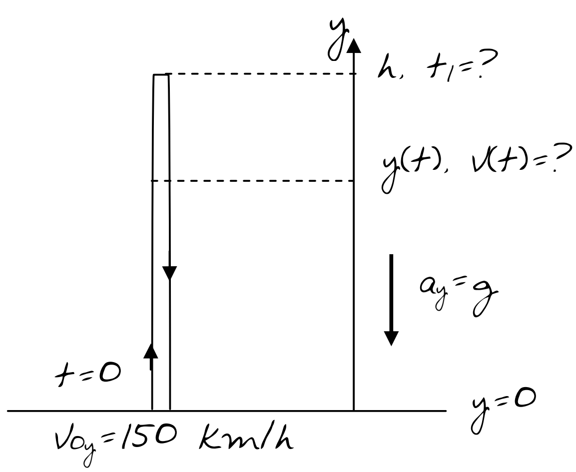
L'accélération due à la gravité est supposée constante, sa norme vaut g=9.98 m/s^2.
a/ Déterminer comment varient l'altitude y et la vitesse du projectile au cours du temps.
b/ Calculer la durée t_1 de l'ascension, l'altitude maximale h atteinte et la durée t_2 de la retombée au sol.

Solution :

Lire l'énoncé

Analyser : Les deux premières phrases indiquent qu'on peut sans problème décrire le mouvement du projectile sans être gêné par le mouvement de la Terre. Cela se justifie car la durée de l'expérience est beaucoup plus courte que les périodes de rotation de la Terre (autour du Soleil ou sur son axe). A partir du moment où le projectile est lancé vers le haut, il est en " chute libre ", c'est-à-dire uniquement soumis à son poids, son accélération est constante et égale à g car les frottements de l'air sont négligés. Le mouvement est dans le plan (xOy), et même rectiligne (mais cela on va le montrer). On cherche $y(t)$ et $v(t)$, puis le temps t_1 mis pour atteindre le point le plus haut, son altitude h au point le plus haut, et le temps t_2 mis pour redescendre. Attention aux unités !

Modéliser : Faire un schéma. Sur celui proposé, la descente est légèrement décalée de la montée pour la clarté. Positionner l'origine au point de départ du projectile et choisir un axe orienté vers le haut pour repérer la position. La position initiale est donc $y_0=0$, la vitesse initiale est $V_{0y}=150$ km/h et l'accélération initiale vaut $a_y=-g=-9.98$ m/s^2.



A priori, le projectile va ralentir jusqu'au point le plus haut, où sa vitesse sera nulle, puis retomber dans les mains (ou sur la tête) du lanceur et on devrait trouver $t_1=t_2$ pour des raisons de symétrie.

Poser et résoudre les équations : $a_y=-g$ et $a_x=0$, donc par intégration on va d'abord trouver les composantes de la vitesse $V_y(t) = V_{0y} + a_y t$ et $V_x(t) = V_{0x}$ constante. Or la vitesse initiale est dirigée vers le haut,

$V_{0x} = 0$ et $V_{0y} = 150$ km/h $= 41{,}7$ m/s. Donc pour tout t,

$$\boxed{V_x = 0 \text{ et } V_y(t) = 41.7 - 9{,}98t \text{ (en m/s)}}$$

Une deuxième intégration nous donne les équations paramétriques du mouvement $y(t) = y_0 + V_{0y}t + 1/2\, a_y t^2$ et $x(t) = x_0$ (constante, montrant bien que le projectile suit une trajectoire rectiligne verticale)

donc en tenant compte des conditions initiales,

$$\boxed{y(t) = 41.7\,t - 1/2\ 9{,}98 t^2 \text{ (en m)}}.$$

Le point le plus haut est atteint quand la vitesse devient nulle, soit $41.7 - 9{,}98\, t_1 = 0$, d'où

$$\boxed{t_1 = 4{,}2 \text{ s.}}$$

La hauteur vaut alors $h = y(t_1) = t_1 (V_{0y} - 1/2\, g\, t_1) = \frac{1}{2} V_{0y} t_1$

$$\boxed{h = 87{,}1 \text{ m.}}$$

On cherche alors le temps $t_{total} = t_1 + t_2$ auquel le projectile retombe, soit quand $y(t_{total}) = 0$: en mettant t_{total} en facteur, $41.7 - \frac{1}{2}\ 9{,}98\, t_{total} = 0$ et on trouve

$$\boxed{\tfrac{1}{2} t_{total} = t_1 = t_2 = 4{,}2 \text{ s}}.$$

Evaluer le résultat : Les équations trouvées sont homogènes. Les ordres de grandeur des résultats ont l'air cohérents, et comme prévu, on trouve que la trajectoire est une droite verticale, et que le temps mis par le projectile pour monter est égal au temps mis pour descendre.

3. Exercices à résoudre :

Enoncé : Lancement d'un projectile 2…

Cette fois, Louis est sur un immeuble de hauteur h et lance l'objet (« ponctuel ») avec une vitesse initiale faisant un angle $\alpha=60°$ avec la direction horizontale.

Enoncé : le repos de l'étudiant…

Vous voulez vous reposer dans un hamac dont les cordelettes d'attache sont usées. Si vous ne voulez pas risquer qu'elles cassent pendant votre sieste, vaut-il mieux attacher le hamac de façon à ce qu'il soit presque horizontal, ou le laisser pendre largement ? Justifier votre réponse.

Enoncé : il était un petit navire…(2005)

Un bateau navigue dans un courant. La vitesse du bateau par rapport à l'eau est de 14 km/h, cap 60°. Le vent souffle à 15 km/h du sud au nord. A bord, on mesure un vent apparent de 10 km/h d'est en ouest. Quelles sont la vitesse et la direction du courant?

4. Exercice à moitié résolu / exemple à terminer (plus difficile) :

Enoncé : tournicoti, tournicoton…(1996)

Soit une particule en mouvement dans un plan P par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire. A chaque instant t la particule coïncide avec un point M(t) dont la position est repérée par le vecteur **OM**(t). La trajectoire ($\mathcal{C}$) et le mouvement le long de ($\mathcal{C}$) de la particule sont tels qu'à chaque instant, la vitesse **v**(t) ait une norme constante v_0 et que l'angle α=(**OM**(t), **v**(t)) soit constant ($0< \alpha< \pi/2$).

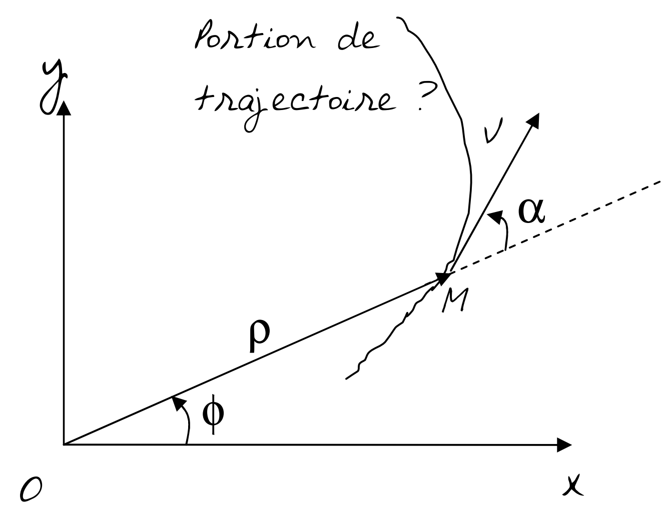
1. Exprimer le vecteur vitesse dans la base polaire. Donner les relations entre $\rho=\|$ **OM**(t)$\|$, $d\rho/dt$, $d\phi/dt$, v_0 et α qui traduisent les deux conditions imposées pour **v**(t).
2. En déduire les fonctions $\rho(t)$ et $\phi(t)$ qui décrivent le mouvement de la particule en coordonnées polaires sachant que à t=0, $\rho=\rho_0$ et $\phi=0$. Déterminer en coordonnées polaires l'équation de la trajectoire de la particule, c'est-à-dire la fonction $\rho(\phi)$.

Solution :

Lire l'énoncé

Analyser : Le mouvement est plan. On nous demande de travailler dans la base polaire. Il faut trouver la vitesse de déplacement V de la particule en fonction du temps à partir de deux conditions sur le vecteur V. La norme d'un vecteur et l'angle entre deux vecteurs sont deux grandeurs qu'on détermine typiquement avec le produit scalaire. On doit trouver ensuite les coordonnées polaires de M et sa trajectoire à partir de relations où interviennent des dérivées, cela me fait penser à des équations différentielles.

Modéliser : Faire un schéma. Je ne connais pas la trajectoire, mais je peux représenter le vecteur position OM et le vecteur vitesse V et l'angle α entre les deux. Une portion de la trajectoire est dessinée, tangente au vecteur vitesse en M.



Poser et résoudre les équations

Evaluer le résultat