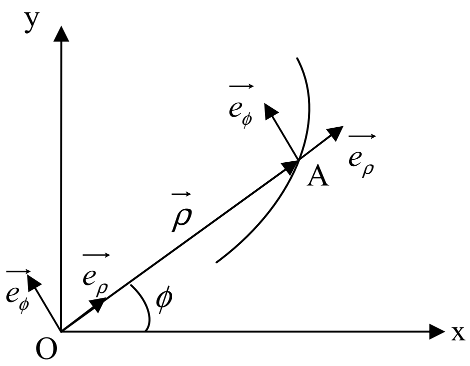
TD1 Mécanique du point
Année 08/09

Exercice 1 :



a) Le point A parcourt la courbe ci-dessus, située dans le plan (xOy). En coordonnées polaires, sa position est donnée par l'expression $\vec{\rho} = \rho\vec{e}_\rho$. Calculez l'expression de la vitesse en fonction du temps.

b) Un objet ponctuel A décrit dans un plan donné une courbe d'équations paramétriques :

$$\rho(t) = b\exp(-t/\tau)$$
$$\phi(t) = \omega t$$

où ρ et Φ sont ses coordonnées polaires, et b, τ et ω sont des constantes positives.

En utilisant les coordonnées polaires :

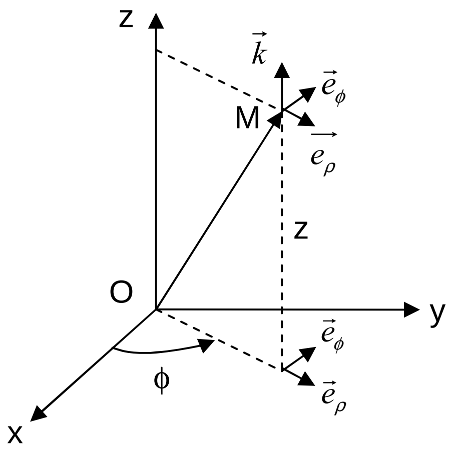
1) exprimez le vecteur position $\vec{\rho} = \overrightarrow{OA}$
2) calculez l'expression de la vitesse du point A.
3) montrez que l'angle que fait la vitesse avec le rayon vecteur $\vec{\rho} = \overrightarrow{OA}$ est constant au cours du temps.
4) Quelle est l'allure de la courbe décrite par le point A ?

On donne : $\tau = 1$s ; $b = 10^{-2}$m ; $\omega = 50$ rd/s

a	π/100	π/50	3π/100	π/25
Exp(-a)	0.97	0.94	0.91	0.88

Exercice 2 :

Lorsque le mouvement d'un objet n'est pas situé dans un plan, on peut utiliser les coordonnées cylindriques ou sphériques pour déterminer sa position.

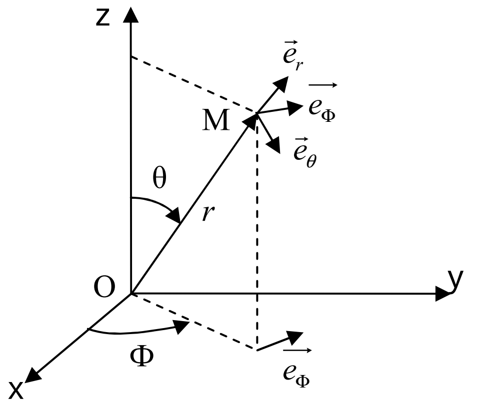


En utilisant les coordonnées cylindriques, on obtient : $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{k}$.

Calculez la dérivée de $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps lorsque ce point M parcourt un cercle de rayon r, de centre situé sur l'axe Oz, dans un plan parallèle au plan xOy (la longueur z est constante).

Même question si on utilise les coordonnées sphériques (schéma ci-dessous).

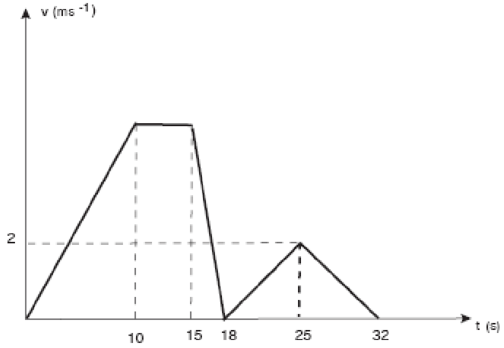
On a, dans ce cas : $\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$



Le vecteur $\vec{e}_\theta$ de la base sphérique est tangent au cercle de centre O et de rayon OM.

Exercice 3 :

Le diagramme de vitesse d'un objet ponctuel se déplaçant suivant un mouvement rectiligne est donné par la figure ci-dessous.



1- Indiquez les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est uniforme, uniformément accéléré et uniformément décéléré.

2- Montrer que la surface entre la courbe *v(t)* et l'axe des temps est égale à la distance parcourue par l'objet ponctuel.

3- L'accélération de l'objet pour $0 < t < 10\ s$ est $1,6\ m.s^{-2}$. Calculer la distance totale parcourue par l'objet.

4- On note v_0, x_0, les valeurs algébriques de la vitesse et de la position de l'objet à l'instant $t = 0$ et $v(t)$, $x(t)$ les valeurs algébriques de la vitesse et de la position de l'objet à l'instant t. Est-ce que la relation :

$$v^2(t) - v_0^2 = 2ax(t),$$

où a est la valeur algébrique de l'accélération de l'objet, est correcte ?

Si ce n'est pas le cas, donnez l'expression convenable.

(5) Calculez son accélération pendant les intervalles de temps $15 < t < 18\ s$ et $18 < t < 25\ s$.

Exercice 4 :

Une automobile à l'arrêt, démarre et roule avec une accélération constante de $1 m.s^{-2}$ pendant 1 s. On arrête alors le moteur et on laisse l'automobile en roue libre pendant 10 s. A cause des frottements, elle décélère uniformément à $5\ cm.s^{-2}$. On freine alors et l'automobile s'arrête au bout de 5 secondes avec une décélération uniforme.

1- Calculer la distance totale parcourue par l'automobile.

2- Faire le graphe de x et de v en fonction de t.

Exercice 5 :

Un mobile se déplace dans le plan (xOy). La variation temporelle de ses coordonnées est donnée par les expressions $x(t) = \omega t$ et $y(t) = b\sin(\omega t)$, où b et ω sont des constantes.

1. Démontrer que l'accélération du mobile est proportionnelle à y.
2. Représenter graphiquement sa trajectoire.

Exercice 6 :

Un corps se déplace sur une droite. Son accélération est $a = -2x$, où x est en m, et a en $m.s^{-2}$.

1- Trouver les expressions de $x(t)$ et $v(t)$, sachant qu'à $t = 0$, $x = 0$ et $v = 4m.s^{-1}$.

2- Tracer x(t) et v(t).

3- Discuter le mouvement.

4- Tracer les vecteurs vitesse et accélération aux temps $t = 0$, $\pi/(4\sqrt{2})$, $\pi/(2\sqrt{2})$.

Exercice 7 :

La Terre tourne uniformément autour de son axe avec une vitesse angulaire $\omega = 7,292.10^{-5}\ rad/s$. Trouver, en fonction de la latitude λ, la vitesse et l'accélération d'un point à la surface de la Terre. A.N.: $r = 6,37.10^{6}\ m$, pour Marseille $\lambda = 43,18°$.