

Mécanique newtonienne – Exercices (3)

1. Un projectile est lancé au temps $t = 0$, d'un point O pris pour origine de l'espace, dans le champ de la pesanteur. La vitesse initiale \vec{V}_0 fait un angle $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ avec l'axe Ox , vers le haut.
 - Etablissez l'équation de la trajectoire du projectile, en négligeant la résistance de l'air.
 - Déterminez les coordonnées du point S où la particule atteint une altitude maximale. Donnez le temps t_S de passage par ce point.
 - Déterminez la portée du projectile, c'est-à-dire la distance de O au point B où le projectile revient à l'altitude nulle. Donnez le temps t_B de passage par ce point.
 - Recherchez l'ensemble des points de l'espace que l'on peut atteindre avec ce projectile, en supposant que la vitesse initiale a une direction quelconque et une norme toujours égale à celle de \vec{V}_0 . Pour une norme donnée v_0 , quel est l'angle α donnant la portée maximale ?
 - Esquissez quelques trajectoires du projectile, en particulier celles associées à des valeurs remarquables de l'angle α , pour v_0 fixé. Est-il possible de tracer une seule figure correspondant à tous les choix de $v_0 > 0$?
2. Reprenez le problème précédent en supposant que le projectile subit en outre une force de frottement dans l'air égale à $\vec{F}_{\text{air}} = -\gamma\vec{V}$ lorsque sa vitesse est \vec{V} ; la constante de frottement γ est strictement positive.
3. Une automobile de masse $M = 1$ tonne descend une rue dont l'inclinaison est de 20° . Déterminez la force que doivent exercer les freins pour que l'automobile se déplace
 - avec un mouvement uniforme,
 - avec une accélération constante de norme $a = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$.

Trouvez dans chaque cas la force exercée sur l'automobile par la rue.
4. Un camion de masse égale à 5 tonnes se dirige vers le nord à la vitesse de 30 m.s^{-1} . Il tourne en 20 s pour prendre une route orientée vers le nord-est, au cap 70° .
 - Calculez la variation de sa quantité de mouvement.
 - Calculez l'intensité et la direction de la force moyenne exercée sur le camion.
5. Un corps de masse 10 g tombe d'une hauteur de 3 m sur un tas de sable. Il pénètre dans le sable sur une profondeur de 3 cm avant de s'arrêter. Quelle est la valeur de la force moyenne exercée par le sable sur le corps ? Quelle est la valeur de la force moyenne exercée par le corps sur le sable ?
6. Un corps se déplace dans le champ de pesanteur terrestre $\vec{g} = -g\vec{e}_z$, avec $g > 0$.
 - Déterminez la trajectoire du corps pour les conditions initiales $M(0) = O$ et $\vec{v}(0) = \vec{e}_y + 2\vec{e}_x$. Esquissez une représentation graphique.
 - Calculez la vitesse aréolaire $\vec{A}(t)$ et le moment cinétique $\vec{J}(t)$ du corps par rapport au point O . Quelle est sa direction ? Pouvez-vous la prévoir ?
 - Calculez la dérivée de $\vec{J}(t)$ par rapport au temps. A quelle condition est-elle nulle ?
 - Calculez le moment $\vec{M}(t)$ de la force de pesanteur agissant sur le mobile, par rapport à O .

Si les calculs vous paraissent plus commodes dans une autre base ou d'autres coordonnées que celles de l'énoncé, quelle base et quel système de coordonnées choisissez-vous ?